

Formális nyelvnek és automaták

5. előadás

Vasziľ György

Számszám-tudományi
Tanszék

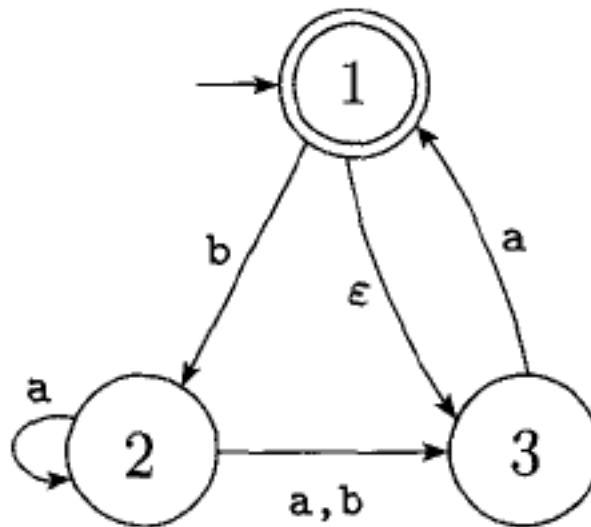
110-es szoba

<http://w1.inf.unideb.hu/web/vasziľ/oktatas>

vasziľ.györgy@inf.unideb.hu

A múltkor

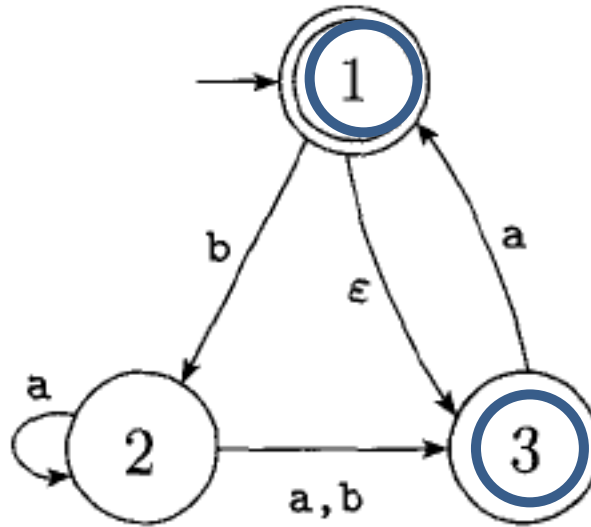
- A nemdeterminisztikusság kiküszöbölése – nemdeterminisztikus véges automaták determinisztikussá alakítása
- Reguláris műveletek és véges automaták
- Reguláris nyelvek és véges automatával elfogadható nyelvek



A bement:

abaa

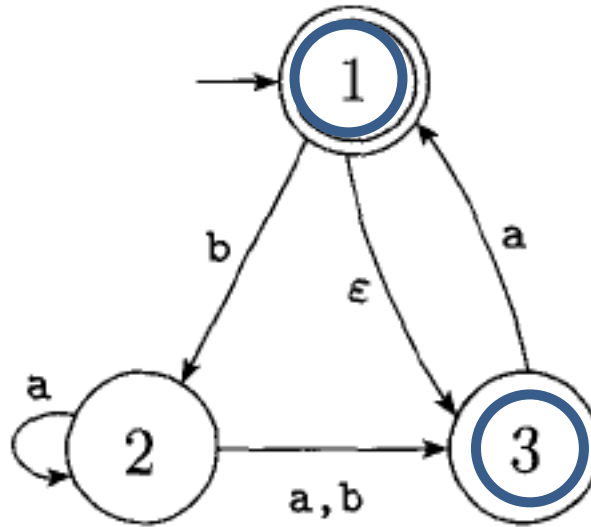
A „közös” kezdőállapot: (1,3)



A bement:

abaa

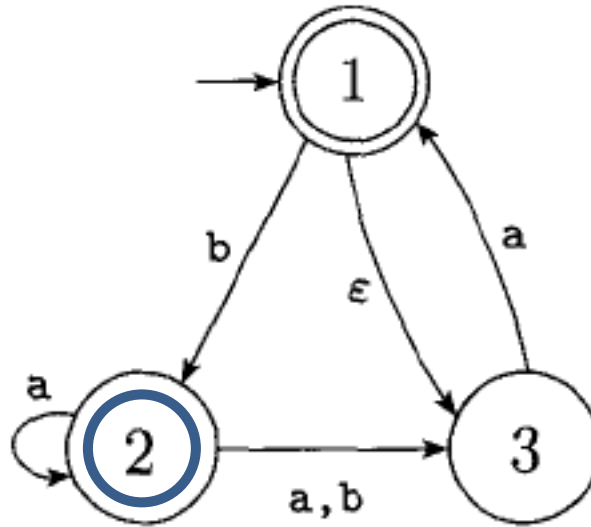
A „közös” kezdőállapot: (1,3)



A bement:

abaa

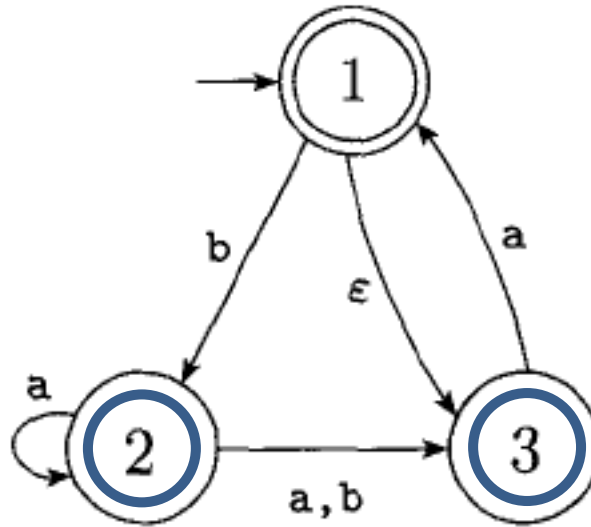
A „közös” állapot: (1,3)



A bement:

ab*aa*

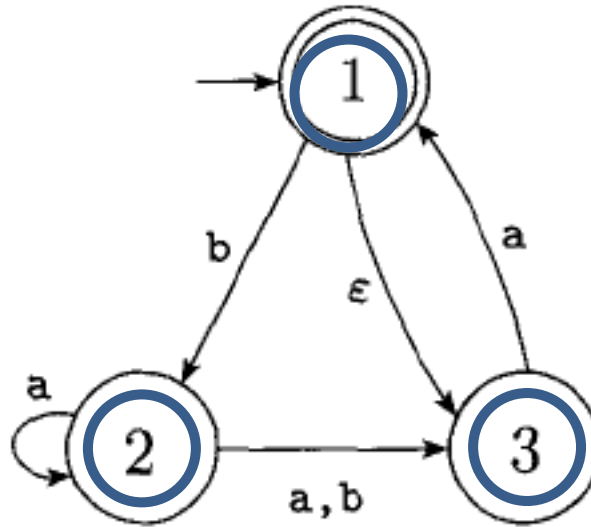
A „közös” állapot: (2)



A bement:

abaa

A „közös” állapot: (2,3)



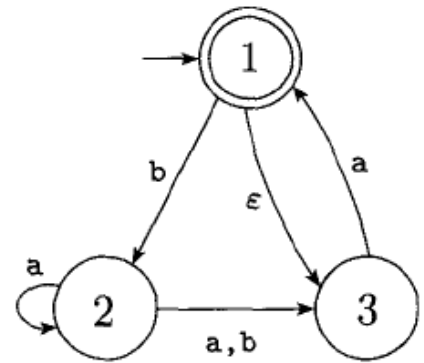
A bement:

abaa

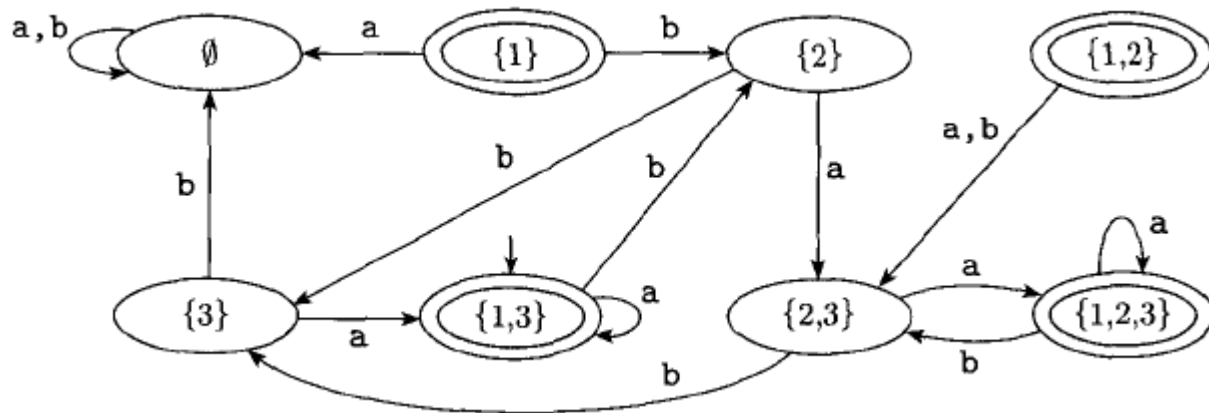
A „közös” állapot: (2,3,1)

Pildani

$$N = (\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, 1, \{1\}, \sigma)$$



$$M = (2^Q, \{a, b\}, E(\{1\}), \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}, \sigma')$$



(§ 13 & § 1, 24 abgesetzt)

A nondeterministic kurtas
Levi nisheli

$$N = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta) \text{ nondet} \rightarrow M = (Q', \Sigma, q'_0, A', \delta') \text{ det}$$

- $Q' = 2^Q$ (Q vishal karai)

- $\delta'(R, a) = \bigcup_{r \in R} \delta^*(r, a), \quad R \subseteq Q$

- $q'_0 = \{q_0\}$

- $A' = \{R \subseteq Q \mid R \cap A \neq \emptyset\}$

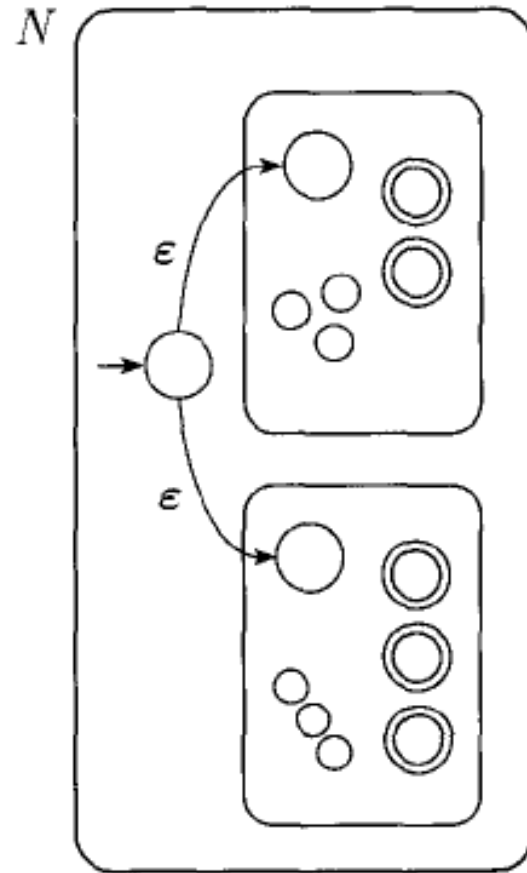
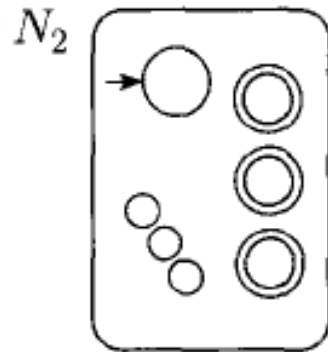
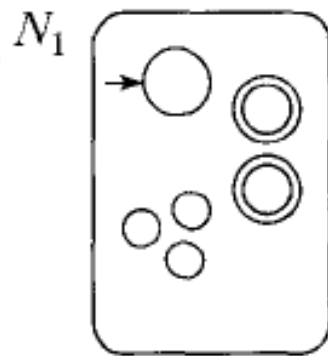
A könyvekben:

- J. Martin: 3.3 fejezet, 104-110. oldal
- Dömösi et al.: 5.41 fejezet, 87-92. oldal

A mai órán

- A nemdeterminisztikusság kiküszöbölése
- Reguláris műveletek és véges automaták
- Reguláris nyelvek és véges automatával elfogadható nyelvek

Végső automata val elfogadható
szelver mi ijténar elfogadható



"Theorem" undeterminability
construction

$L(N_1) = A_1$, $L(N_2) = A_2$, construction gives N -et,
wz $L(N) = A_1 \cup A_2$!

$$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1) \quad N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$$

$$N = (\underbrace{Q_1 \cup Q_2}_{\{q_0\}}, \Sigma, \delta, q_0, F_1 \cup F_2)$$

also

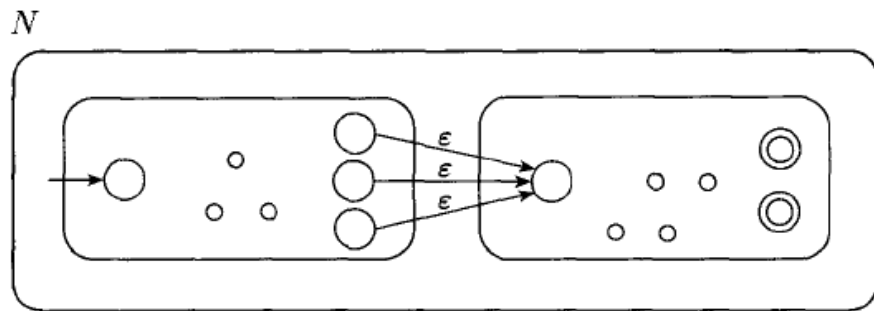
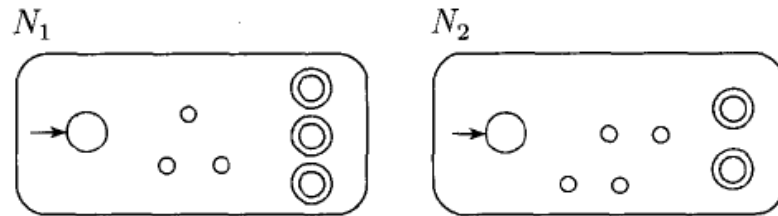
$$\delta(q_0, \varepsilon) = \{q_1, q_2\}$$

$$\delta(q, a) = \delta_1(q, a) \quad \text{wz } q \in Q_1$$

$$\delta(q, a) = \delta_2(q, a) \quad \text{wz } q \in Q_2$$

Konkatenácia

$$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1) \quad N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$$



$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2) \quad \delta(q, a) = \delta_1(q, a) \quad \text{ka } q \in Q_1$$

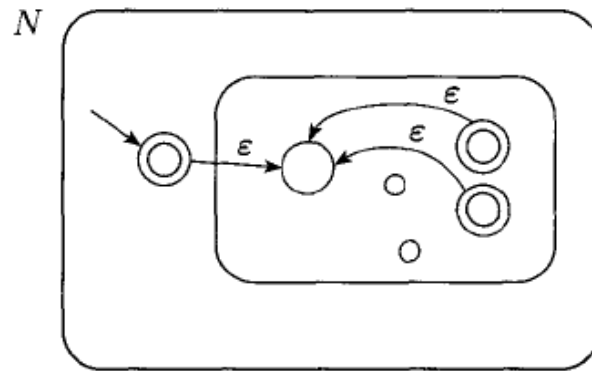
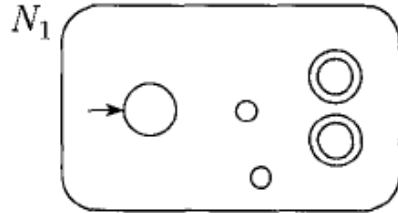
$$Q = Q_1 \cup Q_2$$

$$\delta(q, \epsilon) = \delta_1(q, \epsilon) \cup \{q_2\} \quad \text{ka } q \in F_1$$

$$\delta(q, a) = \delta_2(q, a) \quad \text{ka } q \in Q_2$$

Caritate unică descriere

$$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$$



$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

$$Q = \{q_0\} \cup Q_1$$

q_0 a caracter allaport

$$F = \{q_0\} \cup F_1$$

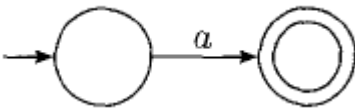
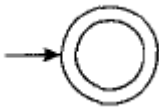
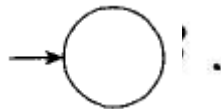
$$\delta(q, a) = \delta_1(q, a) \quad q \in Q_1$$

$$\delta(q, \epsilon) = \delta_1(q, \epsilon) \cup \{q_1\}$$

$$\delta(q_0, \epsilon) = \{q_1\}$$

A reguláris kifejezés és a
végő automata
ekvivalenciája

①. reg. kif \rightarrow végő automata

- $R = a, a \in \Sigma \rightarrow$ 
- $R = \epsilon \rightarrow$ 
- $R = \emptyset \rightarrow$ 

Kétféle az előzők szerint összerakható
az automata

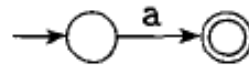
$$R = R_1 \cup R_2, R = R_1 \cdot R_2, R = R_1^*$$

kifejezhető.

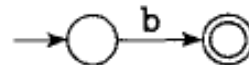
Beispiel:

$$R = (ab \cup a)^*$$

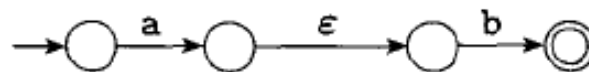
a



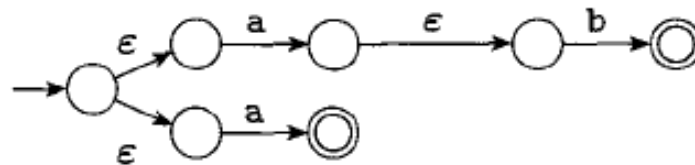
b



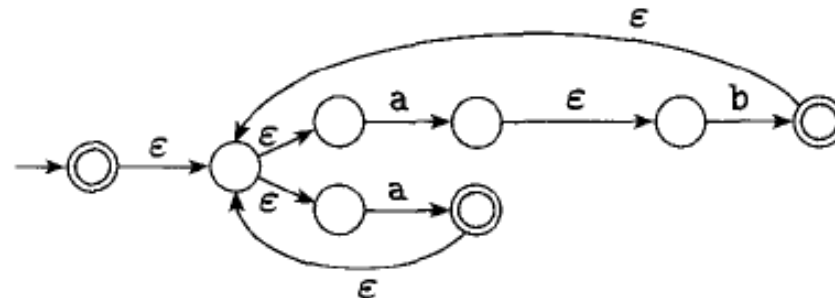
ab



$ab \cup a$



$(ab \cup a)^*$



A reguláris kifejezés és a véges automata

① reg. kif \rightarrow véges automata

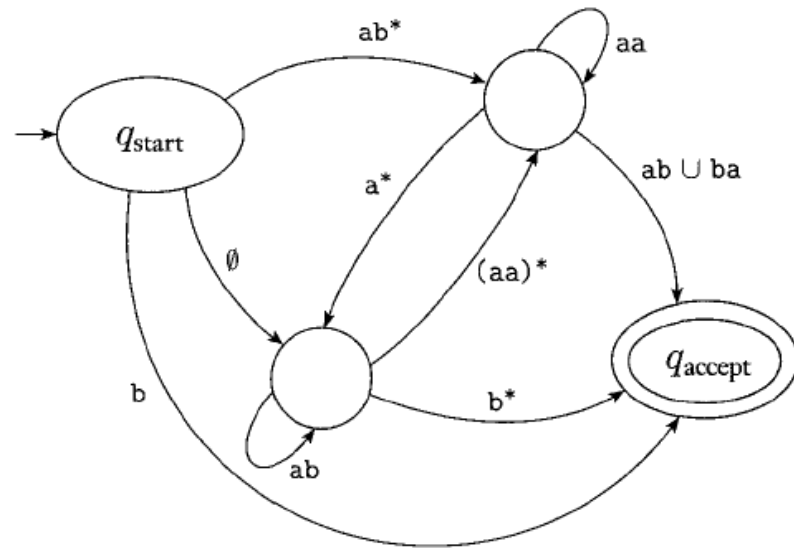
② véges automata \rightarrow általánosított \rightarrow
véges aut.

\rightarrow reg. kif

1. a kezdő állapotban
nem ismerik "cél",
de mindenképpen meg kellé

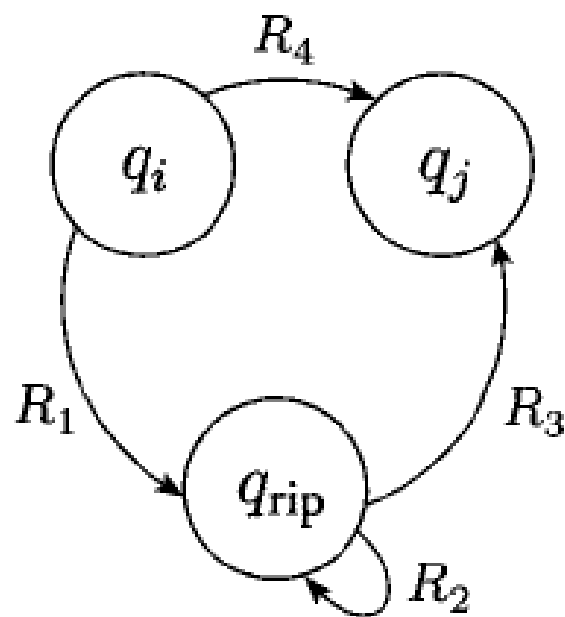
2. az egyes lépések elfogadását
a állapotok part ellenőrzés

3. a többi állapotból mindig
meg kellé a következő lépés

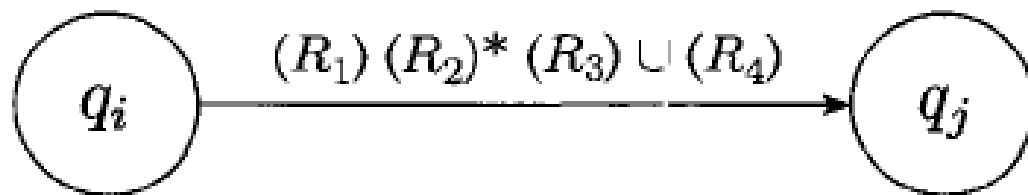


A'ltala nem tett még
ant. \rightarrow neg. kifejezés

Teljesen másként az állapot-teret, ami?
szó a rendezés az elfogadott marad.

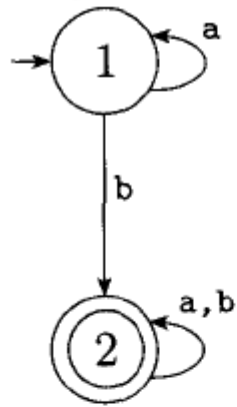


before

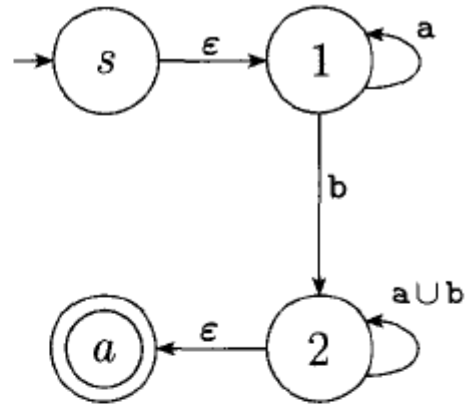


after

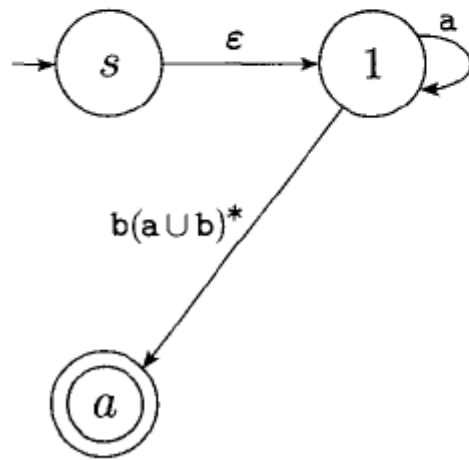
Answer :



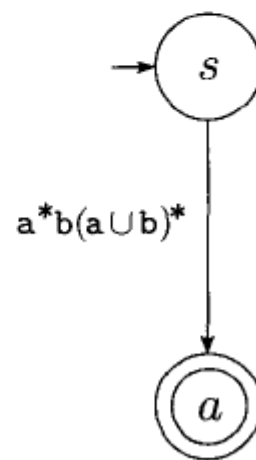
(a)



(b)

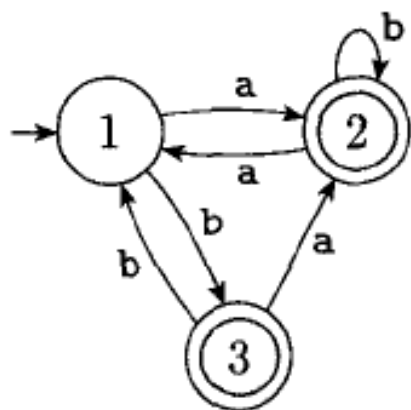


(c)

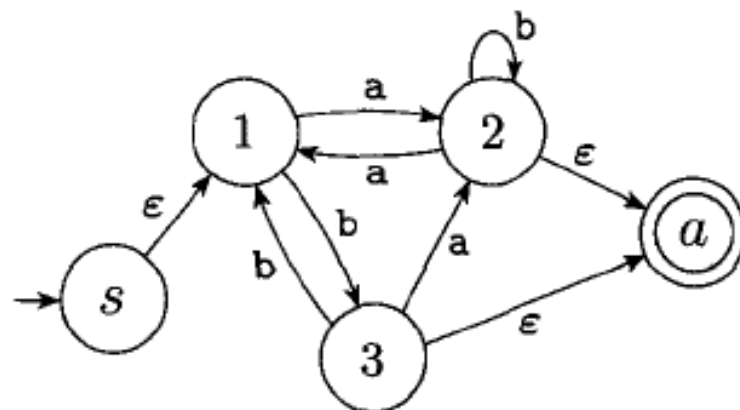


(d)

Meig ean pildla

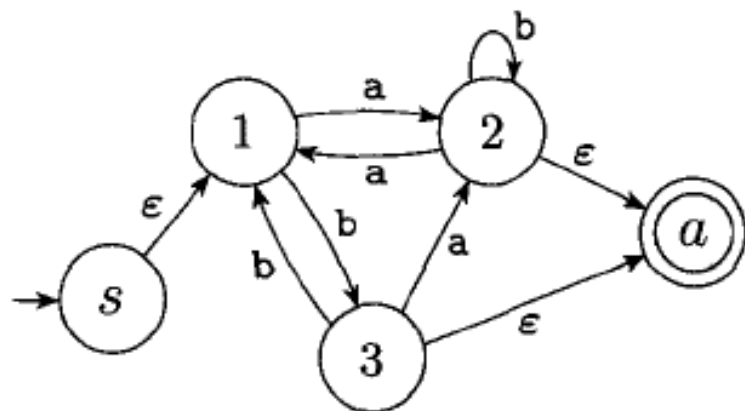


(a)

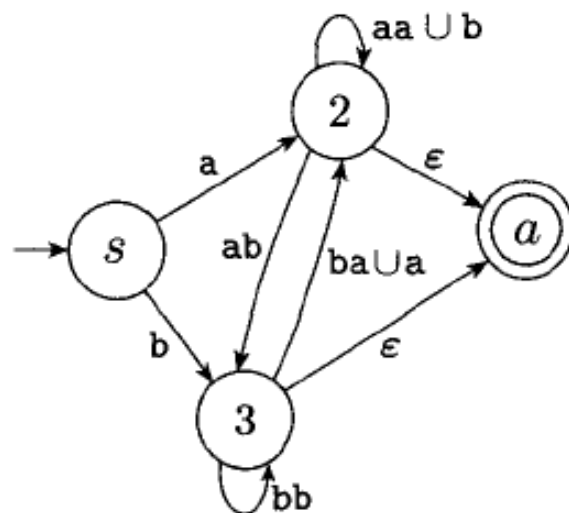


(b)

Meig en pilda

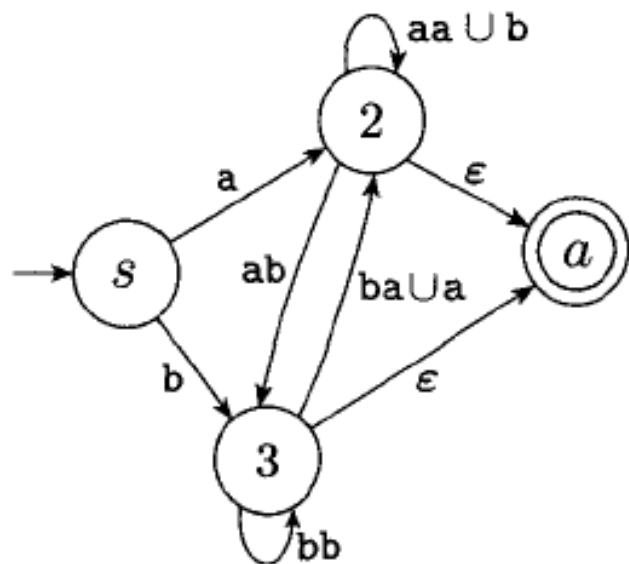


(b)

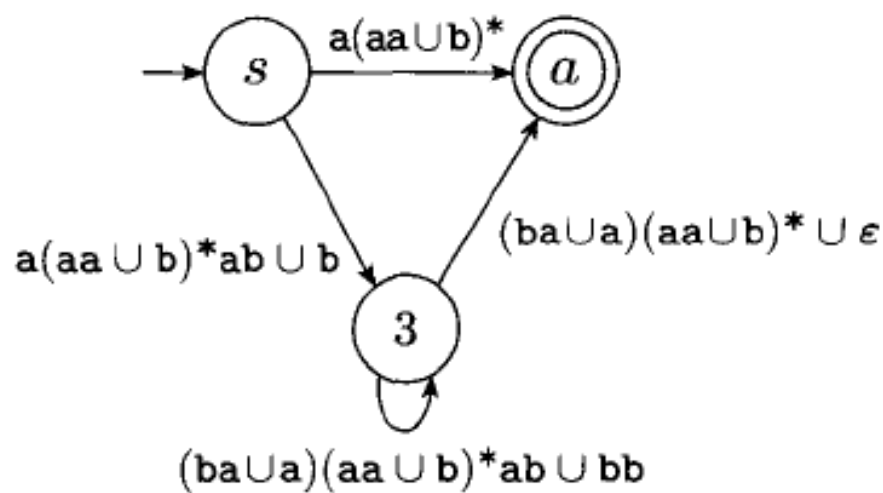


(c)

Meig ean pildet

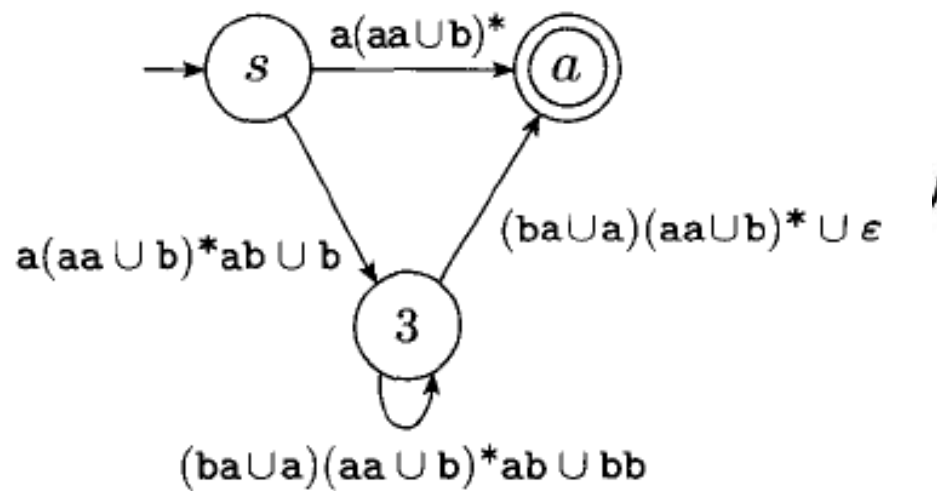


(c)



(d)

Meig en pildet



(d)



$(a(aa \cup b)^*ab \cup b)((ba \cup a)(aa \cup b)^*ab \cup bb)^*((ba \cup a)(aa \cup b)^* \cup \epsilon) \cup a(aa \cup b)^*$

(e)

A könyvekben:

- J. Martin: 3.4 fejezet („Kleene tétele”), 110-117. oldal
- Dömösi et al.: 5.6 - 5.7 fejezet, 106-113. oldal
- M. Sipser: 66-76. oldal

- Első ZH a szakmai hét utáni héten.
- Téma:
 - determinisztikus véges automaták
 - megkülönböztethetlenségi reláció és állapotszám, *minimálautomata*, *minmalizálás*
 - pumpálási lemma véges automaták által elfogadott nyelvekre
 - reguláris nyelvek, reguláris kifejezések
 - *nemdeterminisztikus véges automata*, *determinisztikussá alakítás*, *reguláris kifejezések és véges automaták*

A mai órán

- Generatív grammatikák általában, végtelen nyelvek megadása generatív grammatikával
- Környezetfüggetlen grammatikák
- Reguláris nyelvek megadása környezetfüggetlen grammatikával, reguláris grammatikák

Negativer rekursiver Definition

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

1. $\lambda \in L$,
2. $\forall S \in L$, allora $aSb \in L$.

Negatív rekurzív definíció

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

1. $\lambda \in L$,

2. Ha $S \in L$, akkor $aSb \in L$.

Ezzel a leírással a fenti nyelvet adhatunk meg:

$$S \rightarrow \lambda \mid aSb$$

(fájl)

Ha is példák: palindrómák
{a, b} felett

a s a b s \downarrow b b a b a van a s s \downarrow a b b a

1. 2 palindróma
2. a, b palindróma
3. Ha s palindróma, akkor a s a s b s b is palindróma

Milyen állásai valósítottak implicitál?

Generatív grammatika

• $G = (N, \Sigma, S, P)$

- N : nem terminálisok a'be'ce'

- Σ terminálisok a'be'ce'

- $S \in N$ kezdőszimbólum

- P :

helyettesítési

szabályok

• $L(G)$ az G által generált nyelv
- nyelvi halmaz

Generatív grammatika

az első példa

- $G = (N, \Sigma, S, P)$
 - $N = \{S\}$ nem terminális álbéce' $N = \{S\}$
 - $\Sigma = \{a, b\}$ terminális álbéce'
 - $S \in N$ kezdőszimbólum
 - $P = \{S \rightarrow ab \mid S \rightarrow aSb\}$ helyettesítési szabályok
- $L(G)$ az G által generált nyelv
 - nyelvek halmaza

Vegyekel azelker megadok, a generativ gramatik

4. Generativ gramatik a következők:

- terminális ábécé, a generálható
szavak ábécéje
- nonterminális ábécé, végig nem használunk
a generálás során
- rendszer nonterminális szimbólum
- helyettesítési szabályok, melyek lehetővé
teszik a nem terminális szimbólumok
generálásának

Hogyan generálhatjuk
ezt az nyelvet?

$$P = \{ S \rightarrow ab, S \rightarrow aSb \}$$

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow \dots \Rightarrow a^k S b^k \Rightarrow a^k a b b^k$$

↑
kerdő
szimbólum

↑
helyettesítési
leírás

addig folytatjuk
a helyettesítést,
amíg terminális
betűkkel áll
nét kapunk.

A levezési fogalma formái leírása

Adott $G = (N, \Sigma, S, P)$, legyen u né közvetlenül
levezethető legyen v né lel (ahol $u, v \in (N \cup T)^*$)

- ha
- $v = v_1 \alpha v_2$
 - $u = \text{~~kompozitum~~} v_1 \beta v_2$
 - literál $\alpha \rightarrow \beta \in P$ miatt

felő u : $v \Rightarrow u$

A levetési fogalma

$G = (N, \Sigma, S, P)$ formális nyelvi rendszer. Szavak

az w_1, w_2, \dots, w_n sorozatára azt mondjuk,

ha w_n levetés w_1 -ről, ha:

$$w_1 \Rightarrow w_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow w_n$$

az elölbbiekről vezet.

feltevések: $w_1 \Rightarrow^* w_n$

$G = (N, \Sigma, S, P)$ generálj a w nít, ha

$$S \Rightarrow^* w$$

A $G = (N, \Sigma, S, P)$ grammba által generált

nyelv :

$$L(G) = \{ w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^* w \}$$

Re'lda

- Meziq yelnet genera' tji an ala' bhi gramatika?

~~GAUSS (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100)~~

$G = (N, \Sigma, S, P)$, ahol

$$N = \{S\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$P = \{S \rightarrow s_0 | s_1 | s_2 | s_3 | s_4 | s_5 | s_6 | s_7 | s_8 | s_9 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9\}$$

PL-2012 levetis:

$$\begin{array}{ccccccc} S & \Rightarrow & S2 & \Rightarrow & S12 & \Rightarrow & S012 \Rightarrow \#2012 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ (S \Rightarrow S2) & & (S \Rightarrow S1) & & (S \Rightarrow S0) & & (S \Rightarrow 2) \end{array}$$

Logica lehte eluvi, ~~beg~~ (P unidentifical),
kui ke generalisatsiooniks oleks 0-4at?

Miért nevezzük nyelvészetet (← grammatika)
a generatív grammatikát?

Noam Chomsky amerikai nyelvész a
természet (nato'di) nyelvét leírásához
eljárásait ~~ezt~~ de a fogalmas (1956-tól)

<mondat> ::= <alanyi rész> <állítmányi rész>

<alanyi rész> ::= <főnévi rész> <határozó>

<állítmányi rész> ::= <tárgyi rész> <igei rész>

<főnévi rész> ::= <névelő> <jelzők> <főnév>

<névelő> ::= ϵ | a | az | egy

<jelzők> ::= <jelző> | <jelző> <jelzők>

<jelző> ::= ϵ | hideg | meleg | fehér | fekete | nagy | kis

<főnév> ::= kutya | macska | hús | egér | sajt | tej | víz

<határozó> ::= ϵ | nappal | éjjel | reggel | este

<tárgyi rész> ::= <főnévi rész>t

<igei rész> ::= eszik | iszik

<mondat> ⇒ <alanyi rész><állítmányi rész> ⇒
 <főnévi rész><határozó><állítmányi rész> ⇒
 <névelő><jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> ⇒
 a <jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> ⇒
 a <jelző><jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> ⇒
 a nagy <jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> ⇒
 a nagy <jelző><főnév><határozó><állítmányi rész> ⇒
 a nagy fehér <főnév><határozó><állítmányi rész> ⇒
 a nagy fehér kutya <határozó><állítmányi rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel <állítmányi rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel <tárgyi rész><igei rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel <főnévi rész>t<igei rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel <névelő><jelzők><főnév>t<igei rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel <jelzők><főnév>t<igei rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel <jelző><főnév>t<igei rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel meleg <főnév>t<igei rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel meleg húst <igei rész> ⇒
 a nagy fehér kutya reggel meleg húst eszik

A mai órán

- Generatív grammatikák általában, végtelen nyelvek megadása generatív grammatikával
- Környezetfüggetlen grammatikák
- Reguláris nyelvek megadása környezetfüggetlen grammatikával, reguláris grammatikák

Königsteinsche quantität

Az átválasztás lehetséges alábbiak:

$$\boxed{A \rightarrow \alpha}$$

$$A \in N$$

$$\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$$

Königreichsregeln grammatisch

$$G = (N, \Sigma, S, P)$$

$$N = \{S\}$$

$$\Sigma = \{a, +, *, (,)\}$$

$$P = \{S \rightarrow a, S \rightarrow S + S, S \rightarrow S * S, S \rightarrow (S)\}$$

Levorenko:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow S + S \Rightarrow a + S \Rightarrow a + (S) \Rightarrow a + (S * S) \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + (a * S) \Rightarrow \underline{a + (a * a)} \end{aligned}$$

↑
generiert nie

Nem csak környezetfüggetlen grammatikák vannak

Például: $G = (\{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P)$, ahol

$P = \{ S \rightarrow aSBC,$

$S \rightarrow abC,$

$CB \rightarrow BC,$

$bB \rightarrow bb,$

$bC \rightarrow bc,$

$cC \rightarrow cc \}$

A mai órán

- Generatív grammatikák általában, végtelen nyelvek megadása generatív grammatikával
- Környezetfüggetlen grammatikák
- Reguláris nyelvek megadása környezetfüggetlen grammatikával, reguláris grammatikák

Reguláris nyelv és könyezet- független nyelvcsalád

Korábbiak alapján meghatározott, melyek az
alábbi reguláris rejtett nyelvek közül
általános:

$$bba(ab)^* + (ab + ba^*b)^*ba$$

$$1. bba(ab)^*$$

$bbaabab \dots ab$

$$2. (ab + ba^*b)^*ba$$

$xx \dots xba$

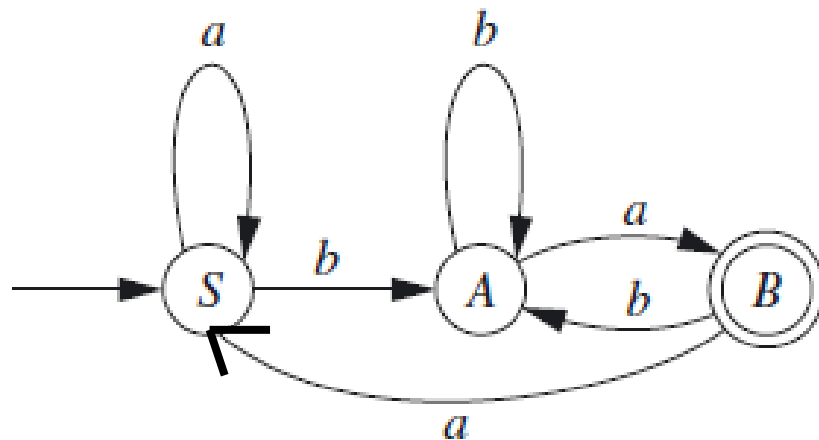
\uparrow

$x: ab \text{ wagn } ba^*b$

Her lipini namat kemar a geluber.

A reguláris nyelveket generáló
grammatikák egyszerűsége

~~az~~ $(a+b)^*ba$

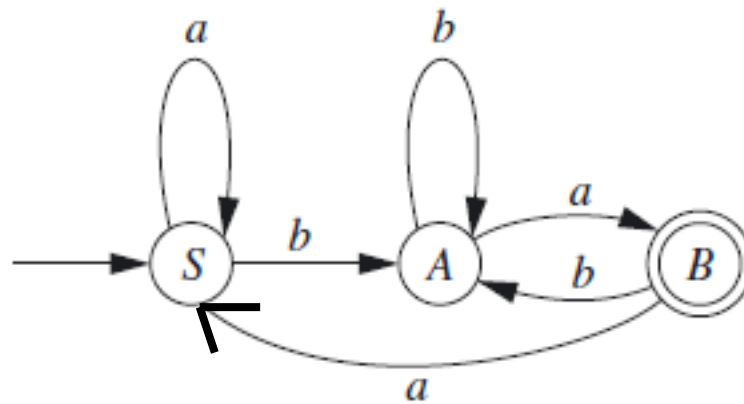


bb a a b a elvezetés:

$S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B \xrightarrow{a} S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B$

A lepet átmenet \iff átírási szabály

$$\textcircled{T} \xrightarrow{x} \textcircled{U} \iff T \rightarrow x U$$



$$S \rightarrow aS \mid bA \quad A \rightarrow bA \mid aB \quad B \rightarrow bA \mid aS$$

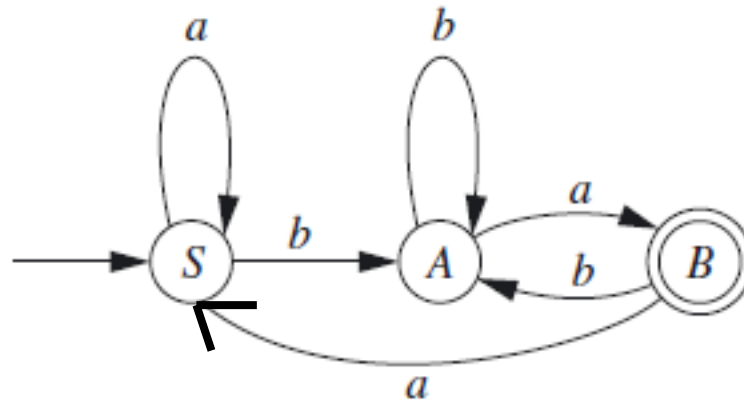
$$S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B \xrightarrow{a} S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B$$

$$S \Rightarrow bA \Rightarrow bbA \Rightarrow bbaB \Rightarrow bbaaS \Rightarrow bbaabA \Rightarrow bbaabaB$$

Hogyan lehet befejezni a generálást?

A llopat ađmaret \iff ađivici naliq

$$\textcircled{T} \xrightarrow{x-} \textcircled{U} \iff T \rightarrow x U$$



$$S \rightarrow aS \mid bA \quad A \rightarrow bA \mid aB \quad B \rightarrow bA \mid aS \mid \lambda$$

$$S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B \xrightarrow{a} S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B$$

$$S \Rightarrow bA \Rightarrow bbA \Rightarrow bbaB \Rightarrow bbaaS \Rightarrow bbaabA \Rightarrow bbaabaB$$

Aran :

Definição : A $G = (N, \Sigma, S, P)$ é uma gramática-
regular se G é uma gramática regular,
ou seja

- $A \rightarrow aB$ $A, B \in N$
 $a \in \Sigma$
- $A \rightarrow \lambda$
- $A \rightarrow a$

A'elha'le'ha

Adott $M = (Q, T, q_0, \delta, F)$, legger $G = (N, T, q_0, P)$,

- $N = Q$
- q_0 a verdø snikho'le
- $q_i \rightarrow a q_j \iff \delta(q_i, a) = q_j$
- $q_i \rightarrow a \iff \delta(q_i, a) = q_1$
alval $q \in F$
- ($q_0 \rightarrow \lambda$
ha $q_0 \in F$)

derer
(M deler-
himstien)
↑
se megnanter?

Visszafelé

Adott G reguláris. M végző automata, $L(G) = L(M)$
Egy konstrukciós leírás, vagy:

- $Q = \mathbb{N} \cup \{q_f\}$
- q_f a "vég" állapot, $\{q_f\} = \{ \}$
~~minden állapotból~~
- $\delta(A, a) = B \iff A \rightarrow aB \in P$
 $\delta(A, a) = q_f \iff A \rightarrow a \in P$

Teorem :

Teorem : $L \subset \Sigma^*$ regulării alții și
sau alții, în $L = L(G)$ alții G
regulării gramaticale.

Principii : la Huz.

1. uși automate \rightarrow regulării gramaticale
2. regulării gramaticale \rightarrow uși automate